

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Oleh: Dr. Ir. H. Muhammad Sutarno, S.H.I., M.Sc., M.Ag.

Sistem antrian dengan waktu antardatang *General*, waktu layan *General*, jumlah pelayan paralel sebesar  $c$ , disiplin antrian *General Discipline*, jumlah pelanggan maksimum yang diperbolehkan dalam sistem sebanyak takhingga, dan jumlah populasi pelanggan takhingga. Dikaji jumlah pelayan optimal berdasarkan intensitas lalulintas  $\rho$  dan ekspektasi waktu sistem  $EW$  dari sistem antrian ini.

Data mentah variabel acak waktu antar datang  $T$  di kolom ke 0 dan data mentah variabel acak waktu layan  $S$  di kolom ke 1 dari tabel  $Dat$  dalam satuan jam/pelanggan.

$$Dat \equiv \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 \\ 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$$

**ORIGIN  $\equiv 0$**

Waktu antar datang  $T$  di tabel  $Dat$  kolom ke 0:

$$T \equiv Dat^{(0)} \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

$$T = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0.4 \\ \hline 1 & 0.2 \\ \hline 2 & 0.3 \\ \hline 3 & 0.2 \\ \hline 4 & 0.2 \\ \hline 5 & 0.5 \\ \hline \end{array} \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

Ekspektasi waktu antardatang pelanggan  $ET$  dihitung dari *mean* atau rata-rata variabel acak  $T$ :

$$ET \equiv \text{mean}(T)$$

$$ET = 0.3 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

Momen kedua  $T$  dinotasikan dengan  $ET^2$

$$ET^2 \equiv \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(T)-1} (T_i)^2}{\text{rows}(T)}$$

$$ET^2 = 0.103 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$\text{rows}(T) = 6$$

$$T = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0.4 \\ \hline 1 & 0.2 \\ \hline 2 & 0.3 \\ \hline 3 & 0.2 \\ \hline 4 & 0.2 \\ \hline 5 & 0.5 \\ \hline \end{array} \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

$$T^2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 0.16 \\ \hline 1 & 0.04 \\ \hline 2 & 0.09 \\ \hline 3 & 0.04 \\ \hline 4 & 0.04 \\ \hline 5 & 0.25 \\ \hline \end{array} \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

Variansi  $T$ :

$$VT \equiv ET^2 - (ET)^2$$

$$VT = 0.013 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$ET^2 = 0.10333 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$ET = 0.3 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

$$(ET)^2 = 0.09 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

Waktu layan  $S$  di tabel Dat kolom ke 1:

$$S \equiv \text{Dat}^{\langle 1 \rangle} \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

	0
0	0.2
1	0.1
2	0.1
3	0.3
4	0.2
5	0.1

$$S = \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

Ekspektasi waktu layan  $ES$  dihitung dari *mean* atau rata-rata variabel acak  $S$ :

$$ES \equiv \text{mean}(S)$$

$$ES = 0.167 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

	0
0	0.2
1	0.1
2	0.1
3	0.3
4	0.2
5	0.1

$$S = \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

Momen kedua  $S$  dinotasikan dengan  $ES^2$ :

$$ES^2 \equiv \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(S)-1} (S_i)^2}{\text{rows}(S)}$$

$$ES^2 = 0.033 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$\text{rows}(S) = 6$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

	0
0	0.2
1	0.1
2	0.1
3	0.3
4	0.2
5	0.1

$$S = \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

	0
0	0.04
1	0.01
2	0.01
3	0.09
4	0.04
5	0.01

$$S^2 = \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

Variansi  $S$ :

$$VS \equiv ES^2 - (ES)^2$$

$$VS = 0.006 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$ES^2 = 0.03333 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$$ES = 0.16667 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \quad (ES)^2 = 0.02778 \frac{\text{jam}^2}{\text{pelanggan}^2}$$

$\lambda$  menyatakan laju datang (*arrival rate*) yaitu jumlah pelanggan yang datang rata-rata per satuan waktu:

$$\lambda \equiv \frac{1}{ET}$$

$$\lambda = 3.333 \frac{\text{pelanggan}}{\text{jam}}$$

$$ET = 0.3 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

Laju datang rata-rata efektif:

$$\lambda_{eff} \equiv \lambda$$

$$\lambda_{eff} = 3.333 \frac{\text{pelanggan}}{\text{jam}}$$

$\mu$  menyatakan laju layan yaitu jumlah pelanggan yang dilayani rata-rata per satuan waktu:

$$\mu \equiv \frac{1}{ES}$$

$$\mu = 6 \frac{\text{pelanggan}}{\text{jam}} \quad ES = 0.167 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$c$  menyatakan jumlah pelayan paralel:

Jumlah pelayan minimum:

$$c_{min}(\lambda, \mu) \equiv \begin{cases} \left( \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + 1 \right) \text{ pelayan} & \text{if } \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu} \\ \left( \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \right) \text{ pelayan} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$c_{min}(\lambda, \mu) = 1 \text{ pelayan}$$

$$ORIGIN \equiv \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} \quad \text{konstanta} \equiv 10 \quad \text{sebagai contoh saja}$$

$$c_{atas}(\lambda, \mu) \equiv \text{konstanta } c_{min}(\lambda, \mu) \quad \text{jumlah pelayan.}$$

$$c := c_{min}(\lambda, \mu), (c_{min}(\lambda, \mu) + 1 \text{ pelayan}) .. c_{atas}(\lambda, \mu)$$

$$c_{min}(\lambda, \mu) = 1 \text{ pelayan} \quad c_{atas}(\lambda, \mu) = 10 \text{ pelayan}$$

$\rho$  menyatakan intensitas lalulintas / faktor utilisasi, besarnya sama dengan

$$\frac{\lambda}{c \mu}$$

$$\rho(\lambda, \mu, c) := \frac{\lambda}{c \mu}$$

$$\lambda = 3.333 \frac{\text{pelanggan}}{\text{jam}}$$

$$\mu = 6 \frac{\text{pelanggan}}{\text{jam}}$$

Jumlah pelayan

Intensitas lalulintas / faktor utilisasi

$c =$

1	pelayan
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

$\rho(\lambda, \mu, c) =$

0.556	pelayan <sup>-1</sup>
0.278	
0.185	
0.139	
0.111	
0.093	
0.079	
0.069	
0.062	
0.056	

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$\rho_{bawah} \equiv 0.5$       *Rho bawah* adalah batas bawah intensitas lalulintas / faktor utilisasi aspirasi pelayan

$\rho \geq \rho_{bawah}$

Ekspektasi waktu antri yaitu waktu rata-rata pelanggan berada dalam antrian:

$$ED(\lambda, \mu, c) \geq \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES}$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{c ET - ES} \geq \frac{(c - 1) ES^2}{ES}$$

$ED(\lambda, \mu, c) \geq 0$       selain itu.

Jadi batas bawah ekspektasi waktu antri yaitu batas bawah waktu rata-rata pelanggan berada dalam antrian:

$$ED_{BB}(\lambda, \mu, c) := \left\{ \begin{array}{l} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{eff} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if} \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h1 \leftarrow \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} \\ h2 \leftarrow \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \\ h1 - h2 \\ 0 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$$ED_{BB}(\lambda, \mu, c) =$$

0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0

*pelanggan*<sup>-1</sup> jam

Ekspektasi waktu sistem yaitu waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem:

$$EW(\lambda, \mu, c) \geq \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} + ES$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{c ET - ES} \geq \frac{(c - 1) ES^2}{ES}$$

$$EW(\lambda, \mu, c) \geq ES \quad \text{selain itu.}$$

Jadi batas bawah ekspektasi waktu sistem yaitu batas bawah waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem:

$$EW_{BB}(\lambda, \mu, c) := \left\{ \begin{array}{l} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{eff} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{if} \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \geq 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} h1 \leftarrow \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} \\ h2 \leftarrow \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \\ (h1 - h2) + ES \end{array} \right. \\ \left( 0 \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} + ES \right) \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{array} \right.$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EW_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$\frac{\lambda}{c \mu} =$
0.167	0.556
0.167	0.278
0.167	0.185
0.167	0.139
0.167	0.111
0.167	0.093
0.167	0.079
0.167	0.069
0.167	0.062
0.167	0.056

Ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem:

$$EN(\lambda, \mu, c) \geq \lambda_{eff} \left[ \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} + ES \right]$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{c ET - ES} \geq \frac{(c - 1) ES^2}{ES}$$

$$EN(\lambda, \mu, c) \geq \lambda_{eff} ES \quad \text{selain itu.}$$

Jadi batas bawah ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem:

$$EN_{BB}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{eff} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if} \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h1 \leftarrow \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} \\ h2 \leftarrow \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \\ \lambda_{eff} [(h1 - h2) + ES] \text{ pelanggan} \\ \lambda_{eff} (0 + ES) \text{ pelanggan otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{array} \right. \end{array}$$



**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EN_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$\frac{\lambda}{c \mu} =$
0.556	0.556
<i>pelanggan</i>	<i>pelayan</i> <sup>-1</sup>
0.556	0.278
0.556	0.185
0.556	0.139
0.556	0.111
0.556	0.093
0.556	0.079
0.556	0.069
0.556	0.062
0.556	0.056

Ekspektasi waktu antri yaitu waktu rata-rata pelanggan berada dalam antrian:

$$ED(\lambda, \mu, c) \leq \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)}$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0$$

$ED(\lambda, \mu, c) \leq \infty$  selain itu.

Batas atas ekspektasi waktu antri yaitu batas atas waktu rata-rata pelanggan antri:

$$ED_{BA}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{eff} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \quad \text{if} \quad \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0 \\ \infty \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan"} \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$ED_{BA}(\lambda, \mu, c) =$	$\frac{\lambda}{c \mu} =$
0.071	0.556
0.053	0.278
0.044	0.185
0.039	0.139
0.035	0.111
0.033	0.093
0.032	0.079
0.031	0.069
0.03	0.062
0.029	0.056

Ekspektasi waktu sistem yaitu waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem:

$$EW(\lambda, \mu, c) \leq \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} + ES$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0$$

$ED(\lambda, \mu, c) \leq \infty$  selain itu.

Batas atas ekspektasi waktu sistem yaitu batas atas waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem:

$$EW_{BA}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{\text{eff}} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if} \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h \leftarrow \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \\ h + ES \end{array} \right. \\ \infty \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{cases}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EW_{BA}(\lambda, \mu, c) =$	$\frac{\lambda}{c \mu} =$
0.238 pelanggan <sup>-1</sup> jam	0.556 pelayan <sup>-1</sup>
0.22	0.278
0.21	0.185
0.205	0.139
0.202	0.111
0.2	0.093
0.198	0.079
0.197	0.069
0.196	0.062
0.196	0.056

Ekspektasi pelanggan sistem yaitu jumlah rata-rata pelanggan berada dalam sistem:

$$EN(\lambda, \mu, c) \leq \lambda_{eff} \left[ \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} + ES \right]$$

jika

$$0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \quad \text{dan} \quad \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0$$

$EN(\lambda, \mu, c) \leq \infty$  selain itu.

Batas atas ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem:

$$EN_{BA}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c}{\text{pelayan}} \\ \lambda_{eff} \leftarrow \lambda \\ \text{if} \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if} \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h \leftarrow \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \\ \lambda_{eff} (h + ES) \text{ pelanggan} \end{array} \right. \\ \lambda_{eff} \left( \infty \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \right) \text{ pelanggan otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{cases}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EN_{BA}(\lambda, \mu, c) =$	$\frac{\lambda}{c \mu} =$
$0.792$ pelanggan	$0.556$ pelayan <sup>-1</sup>
$0.733$	$0.278$
$0.701$	$0.185$
$0.684$	$0.139$
$0.674$	$0.111$
$0.666$	$0.093$
$0.661$	$0.079$
$0.657$	$0.069$
$0.654$	$0.062$
$0.652$	$0.056$

median ekspektasi waktu antri yaitu median waktu rata-rata pelanggan berada dalam antrian besarnya sama dengan (batas bawahnya + batas atasnya)/2:

$$ED_{median}(\lambda, \mu, c) := \frac{ED_{BA}(\lambda, \mu, c) + ED_{BB}(\lambda, \mu, c)}{2}$$

$ED_{median}(\lambda, \mu, c) =$	$ED_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$ED_{BA}(\lambda, \mu, c) =$
$0.035$ pelanggan <sup>-1</sup> jam	$0$ pelanggan <sup>-1</sup> jam	$0.071$ pelanggan <sup>-1</sup> jam
$0.027$	$0$	$0.053$
$0.022$	$0$	$0.044$
$0.019$	$0$	$0.039$
$0.018$	$0$	$0.035$
$0.017$	$0$	$0.033$
$0.016$	$0$	$0.032$
$0.015$	$0$	$0.031$
$0.015$	$0$	$0.03$
$0.014$	$0$	$0.029$

Median ekspektasi waktu sistem yaitu median waktu rata-rata pelanggan berada dalam sistem besarnya (batas bawahnya + batas atasnya)/2:

$$EW_{median}(\lambda, \mu, c) := \frac{EW_{BB}(\lambda, \mu, c) + EW_{BA}(\lambda, \mu, c)}{2}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EW_{median}(\lambda, \mu, c) =$	$EW_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$EW_{BA}(\lambda, \mu, c) =$
0.202	0.167	0.238
0.193	0.167	0.22
0.189	0.167	0.21
0.186	0.167	0.205
0.184	0.167	0.202
0.183	0.167	0.2
0.183	0.167	0.198
0.182	0.167	0.197
0.181	0.167	0.196
0.181	0.167	0.196

Median ekspektasi pelanggan sistem yaitu median rata-rata pelanggan dalam sistem besarnya (batas bawahnya + batas atasnya)/2:

$$EN_{median}(\lambda, \mu, c) := \frac{EN_{BB}(\lambda, \mu, c) + EN_{BA}(\lambda, \mu, c)}{2}$$

$EN_{median}(\lambda, \mu, c) =$	$EN_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$EN_{BA}(\lambda, \mu, c) =$
0.674	0.556	0.792
0.644	0.556	0.733
0.628	0.556	0.701
0.62	0.556	0.684
0.615	0.556	0.674
0.611	0.556	0.666
0.608	0.556	0.661
0.606	0.556	0.657
0.605	0.556	0.654
0.604	0.556	0.652

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$$c := \frac{c_{\min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}}, \left( \frac{c_{\min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} + 1 \right) \cdot \frac{c_{\text{atas}}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}}$$

untuk subscript vektor

Batas bawah ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem:

$$EN_{BB}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} \lambda_{\text{eff}} \leftarrow \lambda \\ \text{if } \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} - \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h1 \leftarrow \frac{ES^2 - 2 c ET ES}{2 c (c ET - ES)} \\ h2 \leftarrow \frac{(c - 1) ES^2}{2 c ES} \\ \lambda_{\text{eff}} [(h1 - h2) + ES] \text{ pelanggan} \\ \lambda_{\text{eff}} (0 + ES) \text{ pelanggan otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{array} \right. \end{cases}$$

Batas atas ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem:

$$EN_{BA}(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} \lambda_{\text{eff}} \leftarrow \lambda \\ \text{if } \left( 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \right) \\ \left| \begin{array}{l} \text{if } \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \geq 0 \\ \left| \begin{array}{l} h \leftarrow \frac{c^2 VT + VS + (c - 1) ES^2}{2 c (c ET - ES)} \\ \lambda_{\text{eff}} (h + ES) \text{ pelanggan} \\ \lambda_{\text{eff}} \left( \infty \frac{\text{jam}}{\text{pelanggan}} \right) \text{ pelanggan otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan" otherwise} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$EN_{\text{median}}(\lambda, \mu, c) := \frac{EN_{BB}(\lambda, \mu, c) + EN_{BA}(\lambda, \mu, c)}{2}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$EN_{median}(\lambda, \mu, c) =$	$EN_{BB}(\lambda, \mu, c) =$	$EN_{BA}(\lambda, \mu, c) =$
0.674 pelanggan	0.556 pelanggan	0.792 pelanggan
0.644	0.556	0.733
0.628	0.556	0.701
0.62	0.556	0.684
0.615	0.556	0.674
0.611	0.556	0.666
0.608	0.556	0.661
0.606	0.556	0.657
0.605	0.556	0.654
0.604	0.556	0.652

Vektor jumlah pelayan:

$$JP_c := c$$

Faktor utilisasi / intensitas lalulintas:

$$\rho(\lambda, \mu, c) \equiv \begin{cases} \frac{\lambda}{c \mu} & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$w \equiv 0.24 \text{ jam}$$

Batas atas ekspektasi waktu sistem  $EW$  yang menjadi waktu sistem aspirasi pelanggan.

$$EW \leq w$$

Ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem:

$$EkspW(c) := \begin{cases} \frac{1}{\lambda} EN_{median}(\lambda, \mu, c) & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Mengubah ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem  $EkspW$  menjadi vektor  $EW$ :

$$EW_c := EkspW(c)$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Jumlah pelayan

Ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem

Batas atas ekspektasi waktu sistem  $EW$  yang menjadi waktu aspirasi pelanggan

$c =$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$EkspW(c) =$  jam

0.202
0.193
0.189
0.186
0.184
0.183
0.183
0.182
0.181
0.181

$w = 0.24$  jam

Jumlah pelayan

Vektor jumlah pelayan

Vektor ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem

$c =$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$JP_c =$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$EW_c =$

0.202
0.193
0.189
0.186
0.184
0.183
0.183
0.182
0.181
0.181

jam



**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Jumlah pelayan      **Intensitas lalulintas / faktor utilisasi**

$c =$	$\rho(\lambda, \mu, c)$
1	0.556
2	0.278
3	0.185
4	0.139
5	0.111
6	0.093
7	0.079
8	0.069
9	0.062
10	0.056

Mrngubah  $\rho$  menjadi vektor  $V\rho$ :

$$V_{\rho c} := \rho(\lambda, \mu, c)$$

Jumlah pelayan      **Vektor Intensitas lalulintas / faktor utilisasi**

$c =$	$V_{\rho c} =$
1	0.556
2	0.278
3	0.185
4	0.139
5	0.111
6	0.093
7	0.079
8	0.069
9	0.062
10	0.056

Dinotasikan matriks jumlah pelayan dan ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem

$$MJPDEW := \text{augment}\left(JP, \frac{EW}{jam}\right)$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yaitu  $MJPDEW$ :

$$MJPDEW =$$

	1	2
1	1	0.202
2	2	0.193
3	3	0.189
4	4	0.186
5	5	0.184
6	6	0.183
7	7	0.183
8	8	0.182
9	9	0.181
10	10	0.181

$$w = 0.24 \text{ jam}$$

Batas atas ekspektasi waktu sistem  $EW$  yang menjadi waktu tingkat aspirasi pelanggan

Dinotasikan matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yang memenuhi persyaratan  $EW \leq w$

$$MJPDEWYMP(M, w) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} \\ \text{while } \left( M \frac{\left( \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} + 1 \right)}{c} \right) > w \\ \quad c \leftarrow c + 1 \\ \text{submatrix} \left[ M, c, \text{rows}(M), \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}}, \left( \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} + 1 \right) \right] \end{cases}$$

$$MJPDEWYMP \left( MJPDEW, \frac{w}{\text{jam}} \right) =$$

	1	2
1	1.000	0.202
2	2.000	0.193
3	3.000	0.189
4	4.000	0.186
5	5.000	0.184
6	6.000	0.183
7	7.000	0.183
8	8.000	0.182
9	9.000	0.181
10	10.000	0.181

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Dinotasikan matriks  $JP$  dan  $V\rho$

$$MJPDV\rho := \text{augment}(JP, V\rho)$$

	1	2
1	1	0.556
2	2	0.278
3	3	0.185
4	4	0.139
$MJPDV\rho =$	5	0.111
	6	0.093
	7	0.079
	8	0.069
	9	0.062
	10	0.056

Dinotasikan matriks jumlah pelayan dan intensitas lalulintas yang memenuhi persyaratan

$$\rho \geq \rho_{bawah} \quad \rho_{bawah} = 0.5$$

di mana  $\rho_{bawah}$  adalah batas bawah  $\rho$  aspirasi pelayan.

$$MJPD\rho M (M, \rho_{bawah}) := \begin{cases} c \leftarrow \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} \\ \text{while } \left( M \frac{\left\langle \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} + 1 \right\rangle}{\text{pelayan}} \right)_c \geq \rho_{bawah} \\ \quad c \leftarrow c + 1 \\ \text{submatrix} \left( M, \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}}, c - 1, \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}}, \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{\text{pelayan}} + 1 \right) \end{cases}$$

Untuk  $M = MJPDV\rho$   
 yaitu untuk  $M$  sama dengan matriks  $JP$  dan  $V\rho$

$$MJPD\rho M (MJPDV\rho, \rho_{bawah}) = (1 \ 0.556)$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

$$MJPDV_{\rho} =$$

	1	2
1	1	0.556
2	2	0.278
3	3	0.185
4	4	0.139
5	5	0.111
6	6	0.093
7	7	0.079
8	8	0.069
9	9	0.062
10	10	0.056

Bila dinotasikan untuk  $MJPDPM(MJPDV_{\rho}, \rho_{bawah})$  sebagai matriks  $M2$

$$M2 := MJPD_{\rho}M(MJPDV_{\rho}, \rho_{bawah})$$

maka

$$M2 = (1 \quad 0.556)$$

Dan bila dinotasikan matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yang memenuhi persyaratan

$$EW \leq w$$

$$MJPDEWYMP\left(MJPDEW, \frac{w}{jam}\right) \quad \text{sebagai matriks } MI$$

$$MI := MJPDEWYMP\left(MJPDEW, \frac{w}{jam}\right)$$

$$MI =$$

	1	2
1	1	0.202
2	2	0.193
3	3	0.189
4	4	0.186
5	5	0.184
6	6	0.183
7	7	0.183
8	8	0.182
9	9	0.181
10	10	0.181

$$w = 0.24 \text{ jam}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN**  
**ASPIRASI INTENSITAS LALULINTAS DAN WAKTU SISTEM**  
**SISTEM ANTRIAN  $G/G/c/\infty/\infty$**   
**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

**Jumlah pelayan optimal model keputusan antrian berdasarkan aspirasi  $\rho$  dan  $EW$ :**

$$c_{Opt}(M1, M2) := \left\{ \begin{array}{l}
 c_{min} \leftarrow \frac{c_{min}(\lambda, \mu)}{pelayan} \\
 V1 \leftarrow M1^{(c_{min})} \\
 V2 \leftarrow M2^{(c_{min})} \\
 V3 \leftarrow V1 \otimes V2 \\
 KI \leftarrow \text{"Tidak ada c yang memenuhi tingkat aspirasi"} \\
 KI \text{ if } V3 = (\text{"Peristiwa mustahil"}) \\
 V3 \text{ pelayan otherwise}
 \end{array} \right.$$

**Jumlah pelayan optimal model keputusan antrian berdasarkan aspirasi  $\rho$  dan  $EW$ :**

$$c_{Opt}(M1, M2) = (1) \text{ pelayan}$$

	1	2
1	1	0.202
2	2	0.193
3	3	0.189
4	4	0.186
5	5	0.184
6	6	0.183
7	7	0.183
8	8	0.182
9	9	0.181
10	10	0.181

$$M1 =$$

$$M2 = (1 \quad 0.556)$$