

## MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN $M/M/c/GD/\infty/\infty$

### MODEL TINGKAT ASPIRASI

#### JUMLAH PELAYAN OPTIMAL

Oleh: Dr. Ir. H. Muhammad Sutarno, S.H.I., M.Sc., M.Ag.

$\lambda \equiv 7$  Laju datang pelanggan per jam

$\mu \equiv 8$  Laju layan pelanggan per jam

$w \equiv 0.24$  Batas atas ekspektasi waktu berada dalam sistem  $EW$  yang menjadi (*waktu*) tingkat aspirasi pelanggan.

$$EW \leq w$$

Jumlah pelayan mengganggu rata-rata dalam sistem (dalam  $c$  pelayan), yaitu pada keadaan di mana dalam sistem ada 0, 1, 2, ...,  $c-1$  pelanggan, sebesar

$$JPMR = (c - 0) \cdot p(0, c) + (c - 1) \cdot p(1, c) + \dots + [c - (c - 1)] \cdot p(c - 1, c)$$

Proporsi pelayan mengganggu rata-rata dalam sistem (yaitu dalam  $c$  pelayan), sebesar

$$PPMR = \frac{(c - 0) \cdot p(0, c) + (c - 1) \cdot p(1, c) + \dots + [c - (c - 1)] \cdot p(c - 1, c)}{c}$$

Persentase pelayan mengganggu rata-rata per pelayan, sebesar (dalam satuan persen, yang berarti juga persentase waktu pelayan mengganggu rata-rata per pelayan)

$$PersenPMRPP = \frac{(c - 0) \cdot p(0, c) + (c - 1) \cdot p(1, c) + \dots + [c - (c - 1)] \cdot p(c - 1, c)}{c} \cdot 100$$

$\tau \equiv 71$  Batas atas persentase pelayan mengganggu rata-rata per pelayan yang menjadi tingkat aspirasi pelayan (dalam satuan persen), yaitu pada keadaan di mana dalam sistem ada 0, 1, 2, ...,  $c-1$  pelanggan. Artinya

$$PersenPMRPP \leq \tau$$

Jumlah pelayan minimum:

$$c_{min} \equiv \begin{cases} \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + 1 & \text{if } \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu} \\ \text{ceil}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$c_{min} = 1$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN M/M/c/GD/∞/∞**

**MODEL TINGKAT ASPIRASI**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Halaman 2 dari 8

Untuk perhitungan ini, dibuat batas atas jumlah pelayan:

$$c_{atas} \equiv 10$$

Untuk perhitungan ini, rentang jumlah pelayannya dari  $c_{min}$  sampai dengan  $c_{atas}$ .

$$c := c_{min} .. c_{atas}$$

Vektor jumlah pelayan:

$$VJP_c := c$$

Faktor utilisasi / intensitas lalu lintas:

$$\rho(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} \frac{\lambda}{c \cdot \mu} & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Probabilitas ada nol pelanggan dalam sistem:

$$p_o(c) := \begin{cases} \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \left[ \frac{1}{n!} \cdot \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{c!} \cdot \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \cdot \left( \frac{c \cdot \mu}{c \cdot \mu - \lambda} \right)} & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Probabilitas ada  $n$  pelanggan dalam sistem:

$$p(n, c) := \begin{cases} \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \\ \left| \begin{array}{l} \frac{1}{n!} \cdot \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \cdot p_o(c) & \text{if } n \leq c \\ \frac{1}{c! \cdot c^{n-c}} \cdot \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \cdot p_o(c) & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Ekpektasi jumlah pelanggan dalam sistem

$$EN(\lambda, \mu, c) := \begin{cases} \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \cdot \lambda \cdot \mu}{(c-1)! \cdot (c \cdot \mu - \lambda)^2} \cdot p_o(c) & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN M/M/c/GD/∞ /∞**

**MODEL TINGKAT ASPIRASI**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Halaman 3 dari 8

Ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem:

$$EkspW(c) := \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \cdot EN(\lambda, \mu, c) & \text{if } 0 < \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1 \\ \text{"Tidak didefinisikan"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Mengubah ekspektasi waktu pelanggan dalam sistem  $EkspW$  menjadi vektor  $EW$ :

$$EW_c := EkspW(c)$$

$c =$	$EN(\lambda, \mu, c)$	$EkspW(c)$	$w = 0.240$
1	7.000	1.000	
2	1.082	0.155	
3	0.902	0.129	
4	0.879	0.126	
5	0.875	0.125	
6	0.875	0.125	
7	0.875	0.125	
8	0.875	0.125	
9	0.875	0.125	
10	0.875	0.125	

Vektor jumlah pelayan:

$$VJP_c := c$$

$c =$	$VJP_c =$	$EW_c =$
1	1	1.000
2	2	0.155
3	3	0.129
4	4	0.126
5	5	0.125
6	6	0.125
7	7	0.125
8	8	0.125
9	9	0.125
10	10	0.125

$$PersenPMRPP(c) := \frac{\sum_{n=0}^{c-1} [(c-n) \cdot p(n,c)]}{c} \cdot 100$$

Mengubah *PersenPMRPP* menjadi vektor *PersentasePMRPP*:

$$PersentasePMRPP_c := PersenPMRPP(c)$$

	1	2
1	1	1
2	2	0.155
3	3	0.129
4	4	0.126
5	5	0.125
6	6	0.125
7	7	0.125
8	8	0.125
9	9	0.125
10	10	0.125

$$MJPDEW := augment(VJP, EW)$$

$$MJPDEWYMMP(M, w) := \begin{cases} c \leftarrow c_{min} \\ while \left( M^{\langle c_{min}+1 \rangle} \right)_c > w \\ \quad c \leftarrow c + 1 \\ submatrix[M, c, rows(M), c_{min}, (c_{min} + 1)] \end{cases}$$

$$MJPDPPMRPP := augment(VJP, PersentasePMRPP)$$

$$MJPDPersentaseM(M, \tau) := \begin{cases} c \leftarrow c_{min} \\ while \left( M^{\langle c_{min}+1 \rangle} \right)_c \leq \tau \\ \quad c \leftarrow c + 1 \\ submatrix[M, c_{min}, (c - 1), c_{min}, (c_{min} + 1)] \end{cases}$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN M/M/c/GD/∞/∞**

**MODEL TINGKAT ASPIRASI**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Halaman 5 dari 8

$M2 := MJPDPersentaseM (MJPDPPMRPP, \tau)$

$$M2 = \begin{pmatrix} 1 & 12.5 \\ 2 & 56.25 \\ 3 & 70.833 \end{pmatrix} \quad MJPDPersentaseM (MJPDPPMRPP, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & 12.5 \\ 2 & 56.25 \\ 3 & 70.833 \end{pmatrix}$$

Matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yang memenuhi persyaratan  $EW \leq w$

$MI := MJPDEWYMMP(MJPDEW, w) \quad w = 0.240$

$$MI = \begin{pmatrix} 2 & 0.155 \\ 3 & 0.129 \\ 4 & 0.126 \\ 5 & 0.125 \\ 6 & 0.125 \\ 7 & 0.125 \\ 8 & 0.125 \\ 9 & 0.125 \\ 10 & 0.125 \end{pmatrix} \quad MJPDEWYMMP(MJPDEW, w) = \begin{pmatrix} 2 & 0.155 \\ 3 & 0.129 \\ 4 & 0.126 \\ 5 & 0.125 \\ 6 & 0.125 \\ 7 & 0.125 \\ 8 & 0.125 \\ 9 & 0.125 \\ 10 & 0.125 \end{pmatrix}$$

Matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yaitu  $MJPDEW$

	1	2
1	1	1
2	2	0.155
3	3	0.129
4	4	0.126
5	5	0.125
6	6	0.125
7	7	0.125
8	8	0.125
9	9	0.125
10	10	0.125

$MJPDEW =$

$w = 0.240$

Matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yang memenuhi persyaratan

$$EW \leq w$$

$$w = 0.240$$

$$MJPDEWY MMP(MJPDEW, w) =$$

	1	2
1	2	0.155
2	3	0.129
3	4	0.126
4	5	0.125
5	6	0.125
6	7	0.125
7	8	0.125
8	9	0.125
9	10	0.125

$$MJPDEW =$$

	1	2
1	1	1
2	2	0.155
3	3	0.129
4	4	0.126
5	5	0.125
6	6	0.125
7	7	0.125
8	8	0.125
9	9	0.125
10	10	0.125

Persentase pelayan mengganggu rata-rata per pelayan, sebesar (dalam satuan persen, yang berarti juga persentase waktu pelayan mengganggu rata-rata per pelayan)

$$PersenPMRPP = \frac{(c-0) \cdot p(0, c) + (c-1) \cdot p(1, c) + \dots + [c - (c-1)] \cdot p(c-1, c)}{c} \cdot 100$$

atau

$$PersenPMRPP(c) = \frac{\sum_{n=0}^{c-1} [(c-n) \cdot p(n, c)]}{c} \cdot 100$$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN  $M/M/c/GD/\infty/\infty$**

**MODEL TINGKAT ASPIRASI**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Halaman 7 dari 8

Mengubah *PersenPMRPP* menjadi vektor *PersentasePMRPP*:

$PersentasePMRPP_c := PersenPMRPP(c)$

$c =$	<i>PersenPMRPP</i> ( $c$ )	<i>PersentasePMRPP</i> <sub><math>c</math></sub>	$w = 0.240$
1	12.50	12.50	$\tau = 71$
2	56.25	56.25	
3	70.83	70.83	
4	78.13	78.13	
5	82.50	82.50	
6	85.42	85.42	
7	87.50	87.50	
8	89.06	89.06	
9	90.28	90.28	
10	91.25	91.25	

Matriks jumlah pelayan dan *PersentasePMRPP* dinotasikan dengan *MJPDPPMRPP*:

*MJPDPPMRPP* =

	1	2
1	1	12.5
2	2	56.25
3	3	70.833
4	4	78.125
5	5	82.5
6	6	85.417
7	7	87.5
8	8	89.062
9	9	90.278
10	10	91.25

Matriks jumlah pelayan dan Persentase mengganggu ... yang memenuhi persyaratan *PersentaseMenggangguPelayan*  $\leq \tau$

dinotasikan dengan *MJDPersentaseM*:

$MJDPersentaseM (MJPDPPMRPP, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & 12.5 \\ 2 & 56.25 \\ 3 & 70.833 \end{pmatrix}$

**MODEL KEPUTUSAN ANTRIAN M/M/c/GD/∞/∞**

**MODEL TINGKAT ASPIRASI**

**JUMLAH PELAYAN OPTIMAL**

Halaman 8 dari 8

Matriks jumlah pelayan dan  $EW$  yang memenuhi persyaratan  $EW \leq w$

$$MJPDEWYMP(MJPDEW, w) = \begin{pmatrix} 2 & 0.155 \\ 3 & 0.129 \\ 4 & 0.126 \\ 5 & 0.125 \\ 6 & 0.125 \\ 7 & 0.125 \\ 8 & 0.125 \\ 9 & 0.125 \\ 10 & 0.125 \end{pmatrix} \quad w = 0.240$$

Sedangkan matriks jumlah pelayan dan Persentase menganggur ... yang memenuhi persyaratan

$$PersentaseMenganggurPelayan \leq \tau$$

dinotasikan dengan  $MJPDPersentaseM$ :

$$MJPDPersentaseM (MJDPPMRPP, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & 12.5 \\ 2 & 56.25 \\ 3 & 70.833 \end{pmatrix}$$

**maka jumlah pelayan optimal berdasarkan model keputusan antrian tingkat aspirasi sebesar:**

$$c_{OptAsp}(M2, M1) := \begin{cases} V2 \leftarrow M2 \langle c_{min} \rangle \\ V1 \leftarrow M1 \langle c_{min} \rangle \\ V3 \leftarrow V2 \otimes V1 \\ \text{"Tidak ada } c \text{ yang memenuhi tingkat aspirasi" if } V3 = (\text{"Peristiwa mustahil"}) \\ V3 \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$c_{OptAsp}(MJPDPersentaseM (MJDPPMRPP, \tau), MJPDEWYMP(MJPDEW, w)) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$