TEORI PERSAINGAN
DUA PESAING JUMLAH NONNOL
STRATEGI CAMPUR

Teori persaingan (***competitive theory*, disebut juga *game theory*) merupakan teori matematikal yang berkaitan dengan situasi persaingan.**

Pesaing (***competitor* atau *player* atau *adversary* atau *opponent*) bisa berwujud orang, kelompok, perusahaan, atau pasukan.**

Bidang-bidang terapannya antara lain:

1. Ekonomi
2. Militer
3. Politik
4. Sosial
5. Industri
6. Perdagangan
7. Pariwisata
8. Transportasi
9. Telekomunikasi
10. Logistik
11. Manajemen

Utilitas adalah kekuatan (*power*) untuk memuaskan keinginan manusia.

Strategi adalah aturan (*rule*) yang menjelaskan bagaimana pesaing berbuat. Strategi-strategi merupakan alternatif-alternatif keputusan atau alternatif-alternatif tindakan.

Matriks hasil pesaing "A" atau tabel hasil pesaing "A" atau *payoff table* pesaing "A" adalah matriks berisi hasil-hasil bagi pesaing "A" yang berasal dari hasil-hasil penggunaan strategi-strategi yang dipakai untuk bersaing dengan pesaingnya.

Hasil atau *payoff* atau *outcome*.

Sel-sel dalam matriks hasil bisa berwujud utilitas.

Jika pesaing "A" menggunakan *m* strategi $SA_1, SA_2, \ldots, SA_m$

dan pesaing "B" menggunakan *n* strategi $SB_1, SB_2, \ldots, SB_n$

Maka gambaran lengkap matriks hasil untuk pesaing "A":

$$A_{Lengkap} = \begin{pmatrix} Strategi & SB_1 & SB_2 & \cdot\ \cdot\ \cdot & SB_j & \cdot\ \cdot\ \cdot & SB_n \\ SA_1 & A_{1,1} & A_{1,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,n} \\ SA_2 & A_{2,1} & A_{2,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ SA_i & A_{i,1} & A_{i,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ SA_m & A_{m,1} & A_{m,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,n} \end{pmatrix}$$

Singkatnya matriks hasil untuk pesaing "A":

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ A_{i,1} & A_{i,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ A_{m,1} & A_{m,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,n} \end{pmatrix}$$

di mana $A_{i,j}$ **hasil untuk pesaing "A" jika pesaing "A" menggunakan strategi** SA_i **dan pesaing "B" menggunakan strategi** SB_j **.**

Gambaran lengkap matriks hasil untuk pesaing "B":

$$B_{Lengkap} = \begin{pmatrix} Strategi & SB_1 & SB_2 & \cdot\;\cdot\;\cdot & SB_j & \cdot\;\cdot\;\cdot & SB_n \\ SA_1 & B_{1,1} & B_{1,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{1,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{1,n} \\ SA_2 & B_{2,1} & B_{2,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{2,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ SA_i & B_{i,1} & B_{i,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{i,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ SA_m & B_{m,1} & B_{m,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{m,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{m,n} \end{pmatrix}$$

Singkatnya matriks hasil untuk pesaing "B":

$$B = \begin{pmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{1,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{1,n} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{2,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ B_{i,1} & B_{i,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{i,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ B_{m,1} & B_{m,2} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{m,j} & \cdot\;\cdot\;\cdot & B_{m,n} \end{pmatrix}$$

Tujuan utama teori persaingan adalah untuk pemilihan strategi optimal.

Beberapa jenis model saing berdasarkan jumlah pesaing:

1. Model saing dua pesaing.
2. Model saing lebih dari dua pesaing.

Beberapa jenis model saing berdasarkan jumlah hasil:

1. Model saing jumlah nol.
2. Model saing jumlah nonnol.

Beberapa jenis model saing berdasarkan kerjasama pesaing-pesaing:

1. Model saing nonkooperatif, di mana komunikasi sebelum bersaing dilarang, kontrak yang mengikat diantara pesaing-pesaing dilarang, strategi-strategi yang saling berhubungan dilarang.
2. Model saing kooperatif.

Contoh:

Ada dua pesaing yaitu pesaing "A" dan "B" yang memasarkan produk motor yang sejenis.

Strategi-strategi yang dipakai "A" adalah:

SA_1 := ("Memasarkan melalui TV")

SA_2 := ("Memasarkan melalui radio")

SA_3 := ("Memasarkan melalui surat kabar")

Strategi-strategi yang dipakai "B" adalah:

SB_1 := ("Memasarkan melalui TV")

SB_2 := ("Memasarkan melalui radio")

SB_3 := ("Memasarkan melalui surat kabar")

SB_4 := ("Memasarkan melalui brosur-brosur yang dikirimkan)

Hasil-hasil strategi-strategi pesaing "A" menyatakan persentase pangsa pasar bagi produk motornya sebagai berikut:

matriks hasil *A* untuk pesaing "A"

$$A := \begin{pmatrix} 13.5 & -16.2 & -5.4 & -10.8 \\ 5.4 & 13.5 & 2.7 & 10.8 \\ -8.1 & 2.7 & 8.1 & 18.9 \end{pmatrix}$$

matriks hasil untuk pesaing "B"

$$B := \begin{pmatrix} -5.5 & 10 & 5.4 & -5 \\ -2 & -7 & -2.7 & 5 \\ 5 & -2.7 & 4 & -10 \end{pmatrix}$$

$m := rows(A)$ $\qquad$ $n := cols(A)$

$i := 1..m$ $\qquad$ $j := 1..n$

MODEL SAING DUA ORANG JUMLAH NONNOL STRATEGI CAMPUR

Pada dasarnya solusinya menggunakan strategi-strategi secara acak. Jadi boleh dikatakan mencari probabilitas untuk masing-masing strategi.

Jika x_i menyatakan probabilitas digunakannya strategi SA_i oleh "A", dan jika y_j menyatakan probabilitas digunakannya strategi SB_j oleh "B", maka

di dalam model saing dua orang jumlah nonnol strategi campur bagi pesaing "A" adalah vektor *x* di mana

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_m \end{pmatrix}$$

yang memenuhi syarat

$$0 \le x \le 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$$

dan strategi campur bagi pesaing "B" adalah vektor y di mana

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_n \end{pmatrix}$$

yang memenuhi syarat

$$0 \le y \le 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1$$

Asumsi: pemilihan strategi SA_i oleh "A" dan pemilihan strategi SB_j oleh "B"adalah saling bebas.

Probabilitas "A" memilih SA_i adalah x_i.

Probabilitas "B" memilih SB_j adalah y_j .

Jadi probabilitas "A"memilih SA_i dan "B" memilih SB_j sebesar $x_i \cdot y_j$, dan hasilnya sebesar $A_{i,j}$, sehingga exkspektasi hasil keseluruhannya sebesar

$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left(A_{i,j} \cdot x_i \cdot y_j\right)$ atau dalam notasi matriks adalah $x^T \cdot A \cdot y$.

Dari contoh di atas:

$$A = \begin{pmatrix} 13.5 & -16.2 & -5.4 & -10.8 \\ 5.4 & 13.5 & 2.7 & 10.8 \\ -8.1 & 2.7 & 8.1 & 18.9 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -5.5 & 10 & 5.4 & -5 \\ -2 & -7 & -2.7 & 5 \\ 5 & -2.7 & 4 & -10 \end{pmatrix}$$

$m := rows(A) \qquad n := cols(A)$

$i := 1..m \qquad j := 1..n$

Untuk pesaing "A" :

$f1(x, VA) := VA$

maksimalisasi fungsi tujuan, dalam hal ini maksimalisasi nilai saing *V* untuk "A"

$x_i := \dfrac{1}{m} \qquad VA := 2$

nilai tamu

$$A = \begin{pmatrix} 13.5 & -16.2 & -5.4 & -10.8 \\ 5.4 & 13.5 & 2.7 & 10.8 \\ -8.1 & 2.7 & 8.1 & 18.9 \end{pmatrix}$$

Given

$$\sum_{i=1}^{m} \left(x_i \cdot A_{i,1}\right) \geq VA$$

$$\sum_{i=1}^{m} \left(x_i \cdot A_{i,2}\right) \geq VA$$

$$\sum_{i=1}^{m} \left(x_i \cdot A_{i,3}\right) \geq VA$$

$$\sum_{i=1}^{m} \left(x_i \cdot A_{i,4}\right) \geq VA$$

$0 \leq x \leq 1$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$$

$$pp := Maximize(f1, x, VA)$$

$$pp = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0.857 \\ 0.143 \end{pmatrix} \\ 3.471 \end{bmatrix}$$

$$x_{opt} := pp_1 \qquad x_{opt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.857 \\ 0.143 \end{pmatrix} \qquad x_{opt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$$NilaiSaing_A := pp_2 \qquad NilaiSaing_A = 3.471$$

Untuk "B" :

$$f2(y, VB) := VB$$

maksimalisasi fungsi tujuan, dalam hal ini maksimalisasi nilai saing *V* untuk "B"

$$y_j := \frac{1}{n} \qquad VB := 2$$

nilai tamu

$$B = \begin{pmatrix} -5.5 & 10 & 5.4 & -5 \\ -2 & -7 & -2.7 & 5 \\ 5 & -2.7 & 4 & -10 \end{pmatrix}$$

Given

$$\sum_{j=1}^{n} \left(y_j \cdot B_{1,j}\right) \geq VB$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(y_j \cdot B_{2,j}\right) \geq VB$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(y_j \cdot B_{3,j}\right) \geq VB$$

$$0 \leq y \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$$

$$qq := Maximize(f2, y, VB)$$

$$qq = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0.212 \\ 0 \\ 0.476 \\ 0.312 \end{pmatrix} \\ -0.152 \end{bmatrix}$$

$$y_{opt} := qq_1 \qquad y_{opt} = \begin{pmatrix} 0.212 \\ 0 \\ 0.476 \\ 0.312 \end{pmatrix} \qquad y_{opt} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

$$NilaiSaing_B := qq_2 \qquad NilaiSaing_B = -0.152$$

$$NilaiSaing_A = 3.471$$

Ringkasan:

$$A = \begin{pmatrix} 13.5 & -16.2 & -5.4 & -10.8 \\ 5.4 & 13.5 & 2.7 & 10.8 \\ -8.1 & 2.7 & 8.1 & 18.9 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -5.5 & 10 & 5.4 & -5 \\ -2 & -7 & -2.7 & 5 \\ 5 & -2.7 & 4 & -10 \end{pmatrix}$$

Untuk "A" :

$$x_{opt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.857 \\ 0.143 \end{pmatrix} \qquad NilaiSaing_A = 3.471 \qquad x_{opt} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

Untuk "B" :

$$y_{opt} = \begin{pmatrix} 0.212 \\ 0 \\ 0.476 \\ 0.312 \end{pmatrix} \qquad NilaiSaing_B = -0.152 \qquad y_{opt} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$