TEORI PERSAINGAN
DUA PESAING JUMLAH NOL
ADA TITIK PELANA

Teori persaingan (***competitive theory,*** **disebut juga** ***game theory*****) merupakan teori matematikal yang berkaitan dengan situasi persaingan.**

Pesaing (***competitor*** **atau** ***player*** **atau** ***adversary*** **atau** ***opponent*****) bisa berwujud orang, kelompok, perusahaan, atau pasukan.**

Bidang-bidang terapannya antara lain:

1. Ekonomi
2. Militer
3. Politik
4. Sosial
5. Industri
6. Perdagangan
7. Pariwisata
8. Transportasi
9. Telekomunikasi
10. Logistik
11. Manajemen
12. Bisnis

Utilitas adalah kekuatan (*power*) untuk memuaskan keinginan manusia.

Strategi adalah aturan (*rule*) yang menjelaskan bagaimana pesaing berbuat. Strategi-strategi merupakan alternatif-alternatif keputusan atau alternatif-alternatif tindakan.

Matriks hasil pesaing "A" atau tabel hasil pesaing "A" atau *payoff table* pesaing "A" adalah matriks berisi hasil-hasil bagi pesaing "A" yang berasal dari hasil-hasil penggunaan strategi-strategi yang dipakai untuk bersaing dengan pesaingnya.

Hasil atau *payoff* atau *outcome*.

Sel-sel dalam matriks hasil bisa berwujud utilitas.

Jika pesaing "A" menggunakan *m* strategi $SA_1, SA_2, \ldots, SA_m$

dan pesaing "B" menggunakan *n* strategi $SB_1, SB_2, \ldots, SB_n$

Maka gambaran lengkap matriks hasil untuk pesaing "A":

$$A_{Lengkap} = \begin{pmatrix} Strategi & SB_1 & SB_2 & \cdot\ \cdot\ \cdot & SB_j & \cdot\ \cdot\ \cdot & SB_n \\ SA_1 & A_{1,1} & A_{1,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,n} \\ SA_2 & A_{2,1} & A_{2,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ SA_i & A_{i,1} & A_{i,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ SA_m & A_{m,1} & A_{m,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,n} \end{pmatrix}$$

Singkatnya matriks hasil untuk pesaing "A":

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ A_{i,1} & A_{i,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{i,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot \\ A_{m,1} & A_{m,2} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,j} & \cdot\ \cdot\ \cdot & A_{m,n} \end{pmatrix}$$

di mana $A_{i,j}$ **hasil untuk pesaing "A" jika pesaing "A" menggunakan strategi** SA_i **dan pesaing "B" menggunakan strategi** SB_j **.**

Tujuan utama teori persaingan adalah untuk pemilihan strategi yang optimal.

Beberapa jenis model saing berdasarkan jumlah pesaing:

1. Model saing dua pesaing.
2. Model saing lebih dari dua pesaing.

Beberapa jenis model saing berdasarkan jumlah hasil:

1. Model saing jumlah nol.
2. Model saing jumlah nonnol.

Beberapa jenis model saing berdasarkan kerjasama pesaing-pesaing:

1. Model saing nonkooperatif, di mana komunikasi sebelum bersaing dilarang, kontrak yang mengikat diantara pesaing-pesaing dilarang, strategi-strategi yang saling berhubungan dilarang.
2. Model saing kooperatif.

Contoh:

Ada dua pesaing yaitu pesaing "A" dan "B" yang memasarkan produk motor yang sejenis.

Strategi-strategi yang dipakai "A" adalah:

SA_1 := ("Memasarkan melalui TV")

SA_2 := ("Memasarkan melalui radio")

SA_3 := ("Memasarkan melalui surat kabar")

Strategi-strategi yang dipakai "B" adalah:

SB_1 := ("Memasarkan melalui TV")

SB_2 := ("Memasarkan melalui radio")

SB_3 := ("Memasarkan melalui surat kabar")

SB_4 := ("Memasarkan melalui brosur-brosur yang dikirimkan")

Hasil-hasil strategi-strategi pesaing "A" menyatakan persentase pangsa pasar bagi produk motornya sebagai berikut:

matriks hasil *A* untuk pesaing "A"

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}$$

$$B := -A$$

Dalam hal persaingan *jumlah nol* maka matriks hasil untuk pesaing "B"

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & -12 \end{pmatrix}$$

Apa strategi yang optimal untuk masing-masing pesaing?

Ada beberapa cara yang dapat dipakai untuk menjawab persoalan di atas.

Cara pertama dengan coba-coba:

Perhatikan matriks hasil *A* untuk pesaing "A" dan *B* untuk pesaing "B"

$$A = \begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} SA_1 \\ SA_2 \\ SA_3 \end{array} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} SB_1 & SB_2 & SB_3 & SB4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & -12 \end{pmatrix} \end{array}$$

Kalau pesaing "A" menggunakan strategi SA_1 maka pesaing "B" yang terbaik menggunakan strategi SB_2 dengan hasil 7 maka pesaing "A" yang terbaik menggunakan strategi SA_2 dengan hasil 5 maka pesaing "B" yang terbaik menggunakan strategi SB_3 dengan hasil -1 maka pesaing "A" yang terbaik tetap menggunakan strategi SA_2 dengan hasil 1 maka pesaing "B" yang terbaik tetap menggunakan strategi SB_3 dengan hasil -1. Di sini tampak pesaing "A" yang terbaik tetap menggunakan strategi SA_2 dengan hasil 1 dan pesaing "B" yang terbaik tetap menggunakan strategi SB_3 dengan hasil -1.
Nilai di *A* baris ke-2 dan kolom ke-3 sebesar 1 merupakan nilai saing untuk pesaing "A".
Nilai di *B* baris ke-2 dan kolom ke-3 sebesar -1 merupakan nilai saing untuk pesaing "B".
Anda bisa mulai mencoba dengan strategi SA_2 atau SA_3 hasilnya akan menunjukkan bahwa:

strategi optimal untuk pesaing "A" SA_2 dengan nilai saing "A" sebesar 1 dan strategi optimal untuk pesaing "B" SB_3 dengan nilai saing "B" sebesar -1.

Sel baris ke-2 dan kolom ke-3 disebut titik pelana.
Nilai titik pelana sebesar 1.

Cara kedua dengan pemikiran bahwa setiap strategi pesaing "A" SA_i kalau direspon oleh pesaing "B" apapun SB_j nya maka pesaing "A" untuk SA_i nya harus memilih hasil yang minimum, dan dari seluruh vektor hasil tersebut harus memilih hasil yang maksimum, disitulah strategi yang optimalnya oleh pesaing "A" digunakan.
Pemikiran ini yang disebut aturan *maximin*.

Perhatikan kembali hasil-hasil strategi-strategi pesaing "A" yang menyatakan persentase pangsa pasar bagi produk motornya sebagai berikut:

Dalam hal persaingan *jumlah nol* maka matriks hasil untuk pesaing "B"

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & -12 \end{pmatrix}$$

Perhatikan lagi matriks hasil *A* untuk pesaing "A"

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}$$

$rows(A) = 3$ **jumlah baris *A***

$cols(A) = 4$ **jumlah kolom *A***

$i := 1 .. rows(A)$ $\qquad j := 1 .. cols(A)$

$VektorBaris(i) := submatrix(A, i, i, 1, cols(A))$

$VB_i := VektorBaris(i)$

Vektor baris:

$VektorBaris(1) = (3 \ \ -7 \ \ -2 \ \ -5)$ **atau** $VB_1 = (3 \ \ -7 \ \ -2 \ \ -5)$

$VektorBaris(2) = (2 \ \ 5 \ \ 1 \ \ 4)$ **atau** $VB_2 = (2 \ \ 5 \ \ 1 \ \ 4)$

$VektorBaris(3) = (-3 \ \ 1 \ \ -2 \ \ 12)$ **atau** $VB_3 = (-3 \ \ 1 \ \ -2 \ \ 12)$

Nilai minimum vektor baris:

$MinimumVektorBaris(i) := min(VB_i)$

$MinVB_i := MinimumVektorBaris(i)$

$VB_1 = (3\ \ -7\ \ -2\ \ -5)$ $\quad MinVB_1 = -7$

$VB_2 = (2\ \ 5\ \ 1\ \ 4)$ $\quad MinVB_2 = 1$

$VB_3 = (-3\ \ 1\ \ -2\ \ 12)$ $\quad MinVB_3 = -3$

dalam bentuk vektor minimum baris:

$$MinVB = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Nilai maximum $MinVB$

$max(MinVB) = 1$

Indeks baris $max(MinVB)$ **berada:**

$IndeksBarisMaxMinBerada := match(max(MinVB), MinVB)_1$

$rA := IndeksBarisMaxMinBerada$ **untuk pesaing "A"**

$rA = 2$ **Indeks baris** $max(MinVB)$ **berada untuk pesaing "A"**

Minimum vektor baris *VB* dan tempatnya dalam bentuk vektor:

$$MinVBDanTempatnya(i) := \begin{pmatrix} MinimumVektorBaris(i) \\ match\left(MinimumVektorBaris(i), VektorBaris(i)^T\right)_1 \end{pmatrix}$$

$MinVBDT_i := MinVBDanTempatnya(i)$

$$match\left(MinimumVektorBaris(1), VektorBaris(1)^T\right) = (2)$$

$$match\left(MinimumVektorBaris(1), VektorBaris(1)^T\right)_1 = 2$$

Minimum vektor baris *VB* dan tempatnya dalam bentuk vektor:

$$MinVBDanTempatnya(1) = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

untuk vektor baris *VB* pertama

$$VB_1 = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$MinVBDanTempatnya(2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

untuk vektor baris *VB* kedua

$$VB_2 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$MinVBDanTempatnya(3) = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

untuk vektor baris *VB* ketiga

$$VB_3 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}$$

Minimum vektor baris *VB* dan tempatnya dalam bentuk array:

$$MinVBDanTempatnya(i) = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Indeks kolom $max(MinVB)$ **berada yaitu ditempat indeks baris** $max(MinVB)$ rA **berada untuk pesaing "A" di baris ke-2:**

$IndeksKolomMaxMinBerada = MinVBDanTempatnya(rA)_2$

$kA := IndeksKolomMaxMinBerad$ **untuk pesaing "A"**

$kA = 3$ **Indeks kolom** $max(MinVB)$ **berada untuk pesaing "A"**

Nilai $max(MinVB)$ **disebut *minorant value* atau** $V_{minorant}$

$MinorantValue := max(MinVB)$

$V_{minorant} := MinorantValue$

$V_{minorant} = 1$

$rA = 2$ **indeks baris di mana *maxmin* / *minorant value* berada**

$kA = 3$ **indeks kolom di mana *maxmin* / *minorant value* berada**

Perhatikan vektor kolom dari matriks *A*:

$VektorKolom(j) := submatrix(A, 1, rows(A), j, j)$

$VK_j := VektorKolom(j)$

$VektorKolom(1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ atau $VK_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$VektorKolom(2) = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ atau $VK_2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$VektorKolom(3) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ atau $VK_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$VektorKolom(4) = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ atau $VK_4 = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$

$MaksimumVektorKolom(j) := max\left(VK_j\right)$

$MaksimumVK_j := MaksimumVektorKolom(j)$

$MaksimumVK_1 = 3$ $\qquad VK_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$MaksimumVK_2 = 5$ $\qquad VK_2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$MaksimumVK_3 = 1$ $\qquad VK_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$MaksimumVK_4 = 12$ $\qquad VK_4 = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$

Maksimum vektor kolom:

$$MaksimumVK = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Maksimum vektor kolom yang di-*transpose*:

$$MaxVK := MaksimumVK^T$$

$$MaxVK = (3 \quad 5 \quad 1 \quad 12)$$

$$min(MaxVK) = 1$$

$$min(MaksimumVK) = 1$$

$$IndeksKolomMinMaxVKBerada := match(min(MaksimumVK), MaksimumVK)_1$$

$$kB := IndeksKolomMinMaxVKBerad$$

untuk pesaing "B"

$$kB = 3$$

$$MaxVKDanTempatnya(j) := \begin{pmatrix} MaksimumVektorKolom(j) \\ match(MaksimumVektorKolom(j), VektorKolom(j))_1 \end{pmatrix}$$

$$MinVBDT_i := MinVBDanTempatnya(i)$$

$$MaksimumVektorKolom(1) = 3$$

$$match(MaksimumVektorKolom(1), VektorKolom(1)) = (1)$$

$$VektorKolom(1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$match(MaksimumVektorKolom(1), VektorKolom(1))_1 = 1$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}$$

$$MaxVKDanTempatnya(1) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$MaxVKDanTempatnya(2) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$MaxVKDanTempatnya(3) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$MaxVKDanTempatnya(4) = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$IndeksBarisMinMaxBerada := MaxVKDanTempatnya(kB)_2$

$rB := IndeksBarisMinMaxBerad$ untuk pesaing "B"

$rB = 2$

$V_{majorant} := min(MaxVK)$

$V_{majorant} = 1$

$rB = 2$ indeks baris dimana *minmax / majorant value* berada

$kB = 3$ indeks kolom dimana *minmax / majorant value* berada

$V := V_{minorant}$ nilai titik pelana (*saddle point*) atau titik keseimbangan jika ada

$$NilaiTitikPelana := \begin{cases} V & \text{if } V_{minorant} = V_{majorant} \\ (\text{"Tidak ada titik pelana"}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$StrategiYangDipakaiSecaraRingkas := \begin{cases} \begin{pmatrix} \text{"A"} & rA \\ \text{"B"} & kB \end{pmatrix} & \text{if } V_{minorant} = V_{majorant} \\ \text{"Strategi campur"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$StrategiYangDipakaiSecaraRingkas = \begin{pmatrix} \text{"A"} & 2 \\ \text{"B"} & 3 \end{pmatrix}$$

$$StrategiYangDipakai := \begin{cases} \begin{pmatrix} \text{"A"} & rA & SA_{rA} \\ \text{"B"} & kB & SB_{kB} \end{pmatrix} & \text{if } V_{minorant} = V_{majorant} \\ \text{"Strategi campur"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$StrategiYangDipakai = \begin{bmatrix} \text{"A"} & 2 & (\text{"Memasarkan melalui radio"}) \\ \text{"B"} & 3 & (\text{"Memasarkan melalui surat kabar"}) \end{bmatrix}$$

Ringkasan:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & -12 \end{pmatrix}$$

$V_{minorant} = 1$

$rA = 2$ indeks baris di mana *maxmin* / *minorant value* berada

$kA = 3$ indeks kolom di mana *maxmin* / *minorant value* berada

$V_{majorant} = 1$

$rB = 2$ indeks baris dimana *minmax / majorant value* berada

$kB = 3$ indeks kolom dimana *minmax / majorant value* berada

$V_{minorant} = V_{majoran}$

$NilaiTitikPelana = 1$

$$StrategiYangDipakai = \begin{pmatrix} \text{"A"} & 2 & \{1,1\} \\ \text{"B"} & 3 & \{1,1\} \end{pmatrix}$$

$$StrategiYangDipakai = \begin{bmatrix} \text{"A"} & 2 & (\text{"Memasarkan melalui radio"}) \\ \text{"B"} & 3 & (\text{"Memasarkan melalui surat kabar"}) \end{bmatrix}$$