PENDAHULUAN UJI HIPOTESIS STATISTIS
ALPHA dan BETA

Dr. Ir. H. Muhammad Sutarno, S.H.I., M.Sc., M.Ag.

PENGERTIAN UJI HIPOTETIS STATISTIS

Definisi 1. Hipotesis Statistis

Hipotesis statistis adalah pengandaian fungsi probabilitas suatu variabel acak.

Secara khusus hipotesis statistis berarti pengandaian parameter-parameter fungsi probabilitas suatu variabel acak.

Contoh 1

Variabel acak *X* menyatakan variabel selang waktu antardatang dua truk yang berurutan yang mengangkut bahan baku ke suatu pabrik, dan diandaikan fungsi padat probabilitasnya berbentuk:

$$f(x, \theta) = \theta\, e^{-\theta x} \qquad 0 < \theta < \infty$$

dinamakan hipotesis statistis.

Contoh 2

Bila di Contoh 1 di atas, parameter θ di $f(x, \theta) = \theta\, e^{-\theta x}$

diandaikan $\theta := 3$ maka $\theta = 3$ merupakan hipotesis statistis.

Definisi 2. Uji Hipotesis Statistis

Uji hipotesis statistis adalah prosedur penentuan terima hipotesis atau tolak hipotesis.

Dari definisi uji hipotesis statistis di atas dapat dirancang uji hipotesis statistis secara bebas dan sangat banyak.

Penentuan terima hipotesis atau tolak hipotesis memerlukan penentuan daerah terima hipotesis atau daerah tolak hipotesis.

Daerah terima hipotesis disebut juga **daerah takkritis**.

Daerah tolak hipotesis disebut juga **daerah kritis**.

Definisi 3. Daerah Kritis

Daerah kritis suatu uji hipotesis adalah bagian ruang sampel yang berkaitan dengan tolak hipotesis.

Dari definisi daerah kritis di atas, persoalan membentuk uji hipotesis statistis adalah persoalan pemilihan daerah kritis.

Misal H_0 dan H_1 merupakan dua hipotesis yang bernilai tunggal/sederhana dari variabel acak X dengan fungsi padat probabilitas $f(x,\theta)$ dan bentuk f diketahui sedangkan nilai θ tidak diketahui, di mana

$H_0 \; : \; \theta = \theta_0$
$H_1 \; : \; \theta = \theta_1$

H_0 seringkali disebut **hipotesis nol**.

H_1 disebut **hipotesis satu** atau **hipotesis alternatif** atau **hipotesis bukan nol** atau **hipotesis tanding**.

Kalau diputuskan terima H_0 dan kebenaran yang akan terjadi ternyata H_0 benar maka keputusan benar.

Kalau diputuskan terima H_0 dan kebenaran yang akan terjadi ternyata H_0 tidak benar maka keputusan salah, ada **galat** dalam keputnsan ini.

Bila diputuskan terima H_1 dan kebenaran yang akan terjadi ternyata H_0 benar maka keputusan salah. Keputusan ini mempunyai galat.

Bila diputuskan terima H_1 dan kebenaran yang akan terjadi ternyata H_0 tidak benar maka keputusan benar.

Galat yang terjadi karena tolak H_0 padahal kebenaran yang akan terjadi ternyata H_0 benar disebut **galat jenis 1**.

Galat yang terjadi karena tolak H_1 padahal kebenaran yang akan terjadi ternyata H_1 benar disebut **galat jenis 2**.

Dapat ditabelkan akibat-akibat dari dua keputusan sebagai berikut:

Tabel 1. Akibat-akibat dari dua keputusan

		Keputusan	
		Terima H nol (Tolak H satu)	Tolak H nol (Terima H satu)
Kebenaran yang akan terjadi	H nol benar	Keputusan benar	**Keputusan salah, terjadi galat jenis 1**
	H satu benar	**Keputusan salah, terjadi galat jenis 2**	Keputusan benar

Misal dari populasi variabel acak X diambil sampel acak berukuran n yaitu

$X_1, X_2, \ldots, X_n$

atau ditulis sebagai

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{pmatrix}$$

dengan nilai-nilai variabel acak

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{pmatrix}$$

dapat dipandang sebagai titik-titik dalam ruang euclidean berdimensi *n*.

Kalau ruang euclidean berdimensi *n* dibagi menjadi dua daerah yaitu:

1. Daerah kritis *DK* atau daerah tolak H_0 .
2. Daerah takkritis *DTK* atau daerah terima H_0 .

Jika $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{pmatrix}$ jatuh dalam daerah kritis *DK* maka tolak H_0 atau dengan kata lain terima H_1.

Definisi 4. Ukuran Galat Jenis 1

Ukuran galat jenis 1 adalah probabilitas titik sampel akan jatuh di daerah kritis *DK* jika H_0 benar.

Ukuran galat jenis 1 atau besarnya galat jenis 1 biasanya ditulis dengan notasi α *(alpha).*

Jadi ukuran galat jenis 1: α *(alpha).*

$\alpha = P(galat\_jenis\_1)$

α = Probabilitas galat jenis 1

α = *P*(galat jenis 1)

α = *P*(tolak H_0 jika diketahui H_0 benar)

α = *P*(titik sampel *X* akan jatuh di daerah kritis *DK* jika diketahui H_0 benar)

α = *P*($X \varepsilon DK$ jika diketahui H_0 benar)

Wajar kalau mengharapkan α (*alpha*) bernilai kecil.

Definisi 5. Ukuran Galat Jenis 2

Ukuran galat jenis 2 adalah probabilitas titik sampel akan jatuh di daerah takkritis *DTK* jika H_1 benar.

Ukuran galat jenis 2 atau besarnya galat jenis 2 biasanya ditulis dengan notasi β *(beta).*

$\beta = P(galat\_jenis\_2)$

β = Probabilitas galat jenis 2

β = *P*(galat jenis 2)

β = *P*(tolak H_1 jika diketahui H_1 benar)

β = *P*(titik sampel *X* akan jatuh di daerah takkritis *DTK* jika diketahui H_1 benar)

β = *P*($X \varepsilon DTK$ jika diketahui H_1 benar)

Wajar kalau mengharapkan β (beta) bernilai kecil.

Contoh 3

Fungsi padat probabilitas X

$f(x,\theta) := \theta\, e^{-\theta x}$

$\theta := 3$

———————————————— x_0 ————————————————————

daerah terima H_0 / daerah takkritis

|<---------------------------------->|

daerah tolak H_0 / daerah kritis

|<---

$H_0 \;:\; \theta = \theta_0$

$H_1 \;:\; \theta = \theta_1$

$\alpha = Prob\left(galat_1\right)$

$\alpha = Prob(TolakHnolJikaDiketahuiHnolBenar)$

$\beta = Prob\left(galat_2\right)$

$\beta = Prob(TolakHsatuJikaDiketahuiHsatuBenar)$

$H_0 \;:\; \theta = 5$

$H_1 \;:\; \theta = 3$

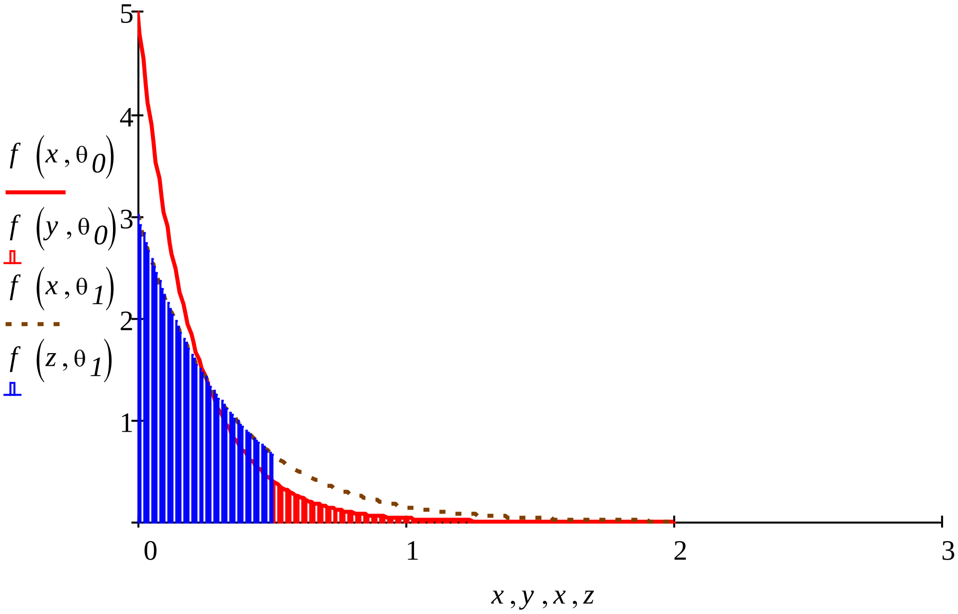
$DaerahKritis \ge 0.5$

$x_0 := 0.5$

$\theta_0 := 5$

$\theta_1 := 3$

x



daerah tolak H_0 / daerah kritis

|<--

daerah terima H_0 / tolak H_1 / daerah takkritis

|<-------->|

Probabilitas galat jenis satu:

$$\alpha := \int_{x_0}^{\infty} f(x,\theta_0)\,dx$$

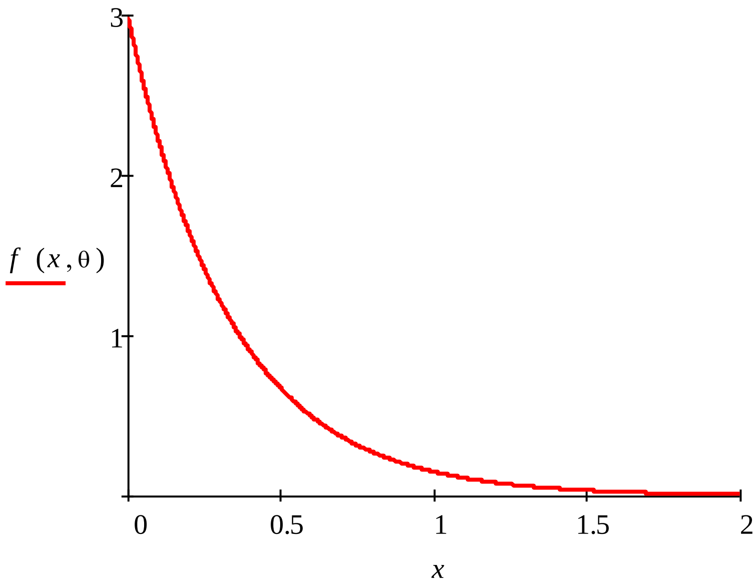
$\alpha = 0.082$

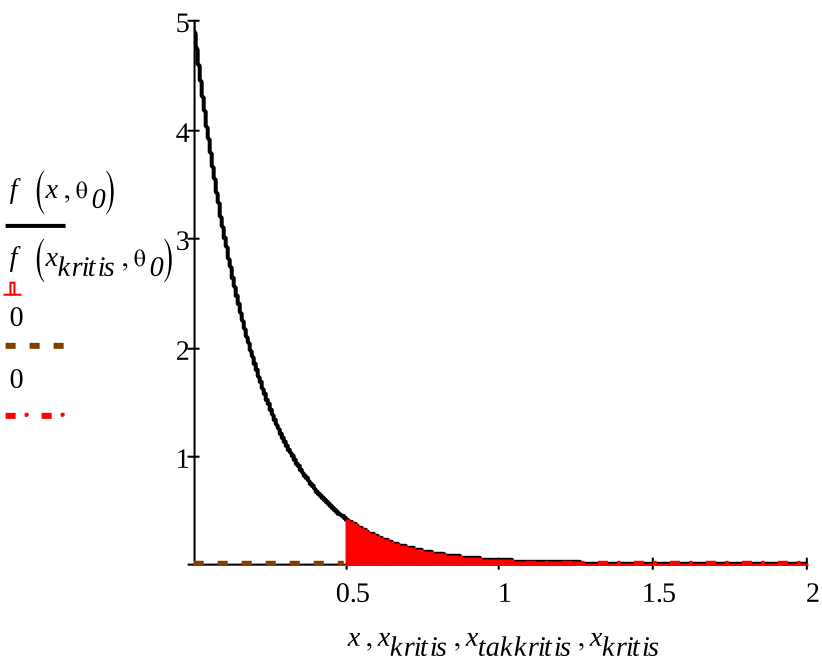
Probabilitas galat jenis dua:

$$\beta := \int_{0}^{x_0} f(x,\theta_1)\,dx$$

$\beta = 0.777$

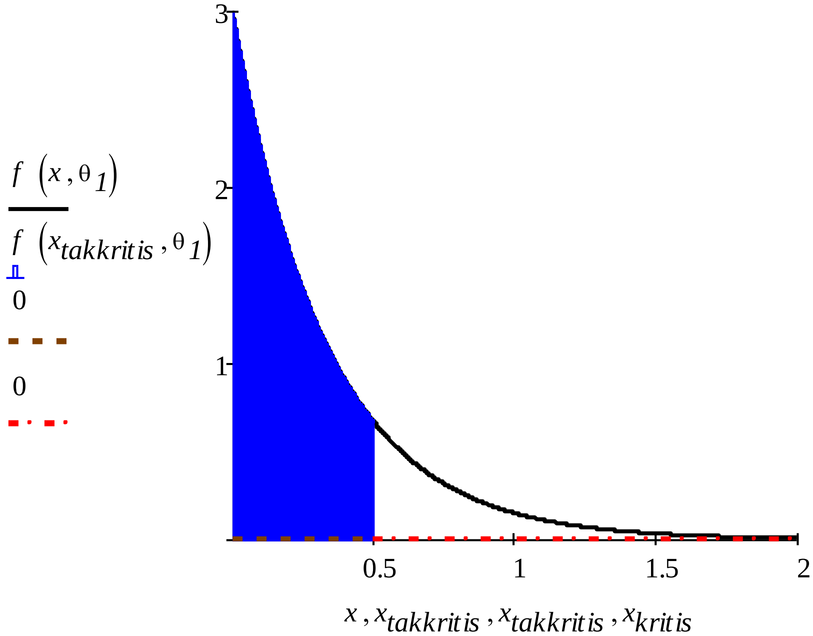
$$f(x,\theta) := \begin{cases} \theta\, e^{-\theta x} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$





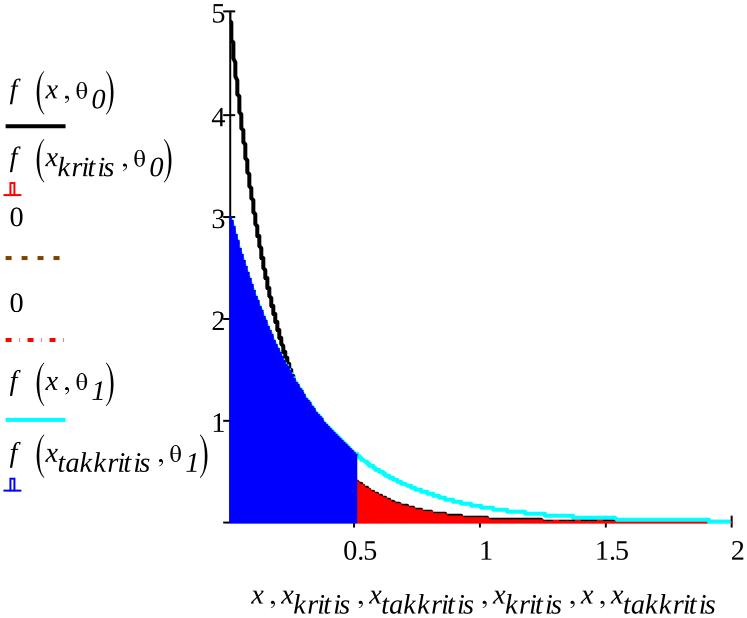
$$\alpha := \int_{x_0}^{\infty} f\left(x, \theta_0\right) dx$$

$\alpha = 0.082$ $\quad x_0 = 0.5$ $\quad \theta_0 = 5$



$$\beta := \int_0^{x_0} f\left(x, \theta_1\right) dx$$

$\beta = 0.777$ $x_0 = 0.5$ $\theta_1 = 3$



$\alpha := \int_{x_0}^{\infty} f(x, \theta_0)\,dx$ $\qquad \alpha = 0.082 \qquad x_0 = 0.5 \qquad \theta_0 = 5$

$\beta := \int_{0}^{x_0} f(x, \theta_1)\,dx$ $\qquad \beta = 0.777 \qquad x_0 = 0.5 \qquad \theta_1 = 3$